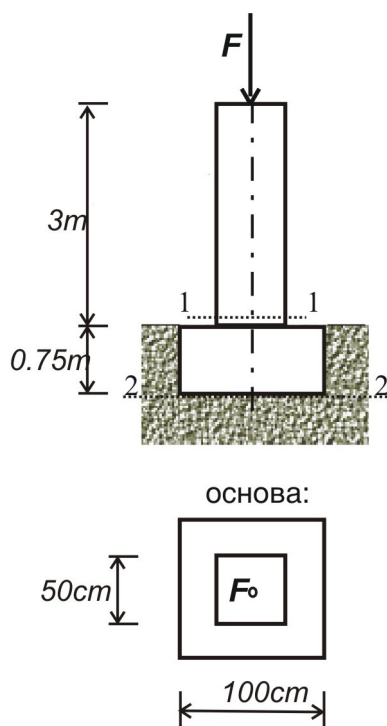


АКСИЈАЛНО НАПРЕГАЊЕ

задача 1: Бетонски столб со димензии дадени на скицата оптоварен е со аксијална сила на притисок $F=500\text{kN}$. Да се определат нормалните напрегања во пресекот помеѓу столбот и темелот, како и на допирот меѓу темелот и почвата, ако волуменската тежина на бетонот е $\gamma_B=24\text{kN/m}^3$.



▪ **пресек 1-1:**

$$N_{1-1} = -(F + G_1)$$

$$G_1 = 0.5 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot 24 = 18 \text{ kN}$$

$$N_{1-1} = -(500 + 18) = -518 \text{ kN}$$

$$\sigma_{1-1} = -\frac{N_{1-1}}{A_1} = -\frac{518 \cdot 10^{-3}}{0.5 \cdot 0.5} = -2.07 \text{ MPa}$$

▪ **пресек 2-2:**

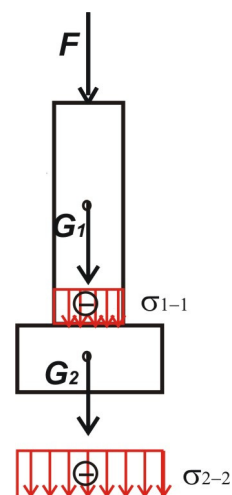
$$N_{2-2} = -(F + G_1 + G_2)$$

$$G_2 = 1.0 \cdot 1.0 \cdot 0.75 \cdot 24 = 18 \text{ kN}$$

$$N_{2-2} = -(500 + 18 + 18) = -536 \text{ kN}$$

$$\sigma_{2-2} = -\frac{N_{2-2}}{A_2} = -\frac{536 \cdot 10^{-3}}{1.0 \cdot 1.0} = -0.536 \text{ MPa}$$

дијаграми на напрегања:

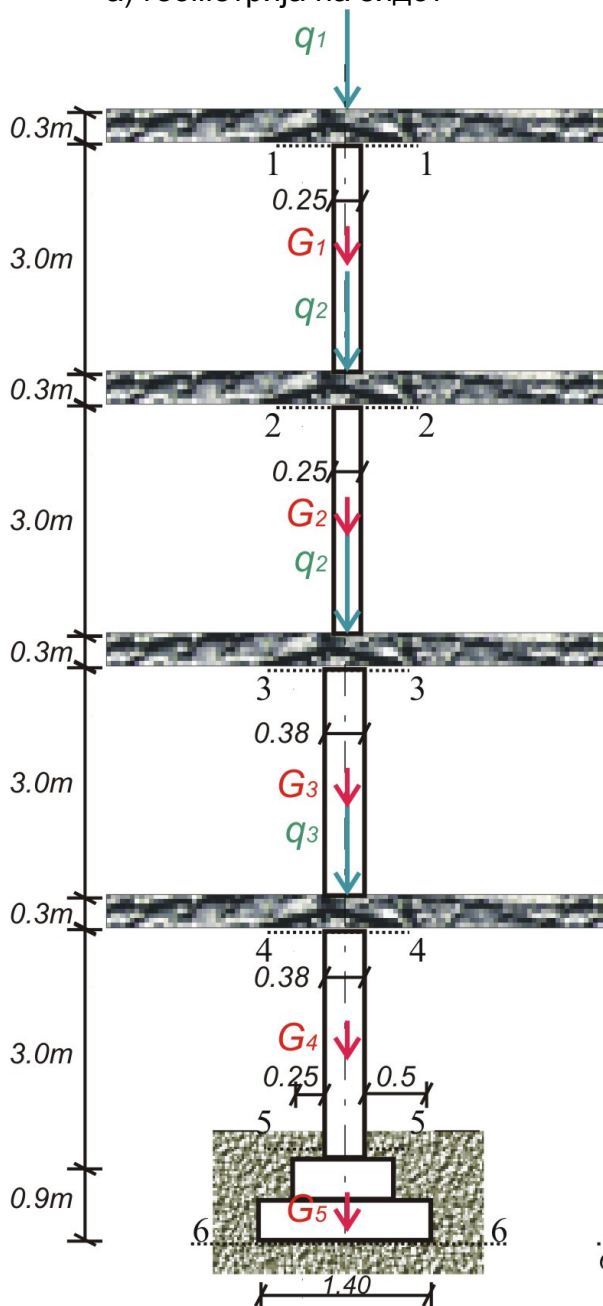


задача 2: На сликата е прикажан пресек на среден носив сид на станбена трикатна зграда. Од покривната конструкција дејствува рамномерно поделен товар $q_1=40\text{kN/m'}$, од меѓукатните конструкции $q_2=35\text{kN/m'}$ и од подот на приземје $q_3=25\text{kN/m'}$. Сопствената тежина на сидот во варов малтер е пресметана со специфична тежина од 16 kN/m^3 , а на бетонскиот темел со 24 kN/m^3 . Димензиите на сидот по катови се однапред усвоени: 25cm и 38cm. Дозволените напрегања на притисок изнесуваат:

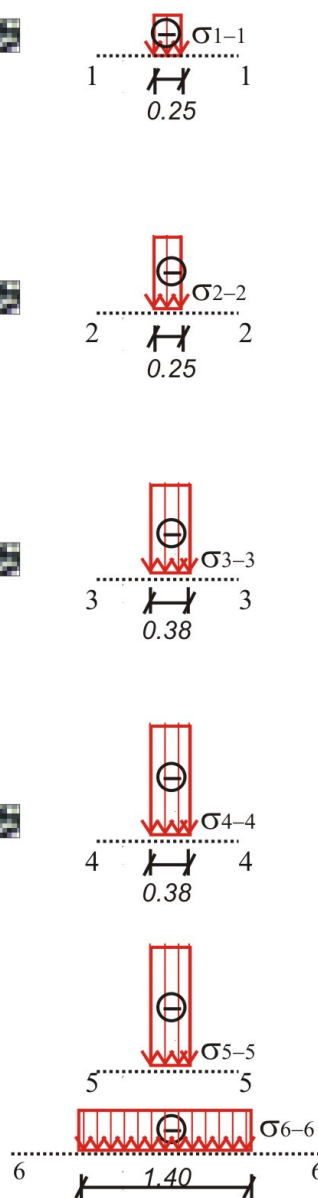
- за сид во варов малтер $\sigma_{\text{doz}}=0.8\text{ MPa}$
- за темелната стапка во бетон $\sigma_{\text{doz}}=1.8\text{ MPa}$
- за земјиштето $\sigma_{\text{doz}}=0.2\text{ MPa}$

Да се проверат вистинските нормални напрегања во сите карактеристични пресеци.

а) геометрија на сидот



б) σ дијаграми



Решение:

Проверката на нормалните напрегања се врши на еден метар должен од сидот.

- **Сопствениите тежини** на поодделните столбови и темелот се:

$$G_1 = 0.25 \cdot 2.7 \cdot 16 = 10.80 \text{ kN}$$

$$G_2 = 0.25 \cdot 2.7 \cdot 16 = 10.80 \text{ kN}$$

$$G_3 = 0.38 \cdot 2.7 \cdot 16 = 16.41 \text{ kN}$$

$$G_4 = 0.38 \cdot 3.0 \cdot 16 = 18.24 \text{ kN}$$

$$G_5 = (1.40 \cdot 0.45 + 0.90 \cdot 0.45) \cdot 24 = 24.84 \text{ kN}$$

- **Контрола на напрегања:**

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{A_1} = \frac{40 \cdot 10^{-3}}{0.25 \cdot 1} = 0.16 \text{ MPa} < \sigma_{doz}$$

$$\sigma_2 = \frac{q_1 + G_1 + q_2}{A_1} = \frac{(40 + 10.8 + 35) \cdot 10^{-3}}{0.25 \cdot 1} = 0.343 \text{ MPa} < \sigma_{doz}$$

$$\sigma_3 = \frac{q_1 + G_1 + q_2 + G_2 + q_2}{A_2} = \frac{(40 + 10.8 + 35 + 10.8 + 35) \cdot 10^{-3}}{0.38 \cdot 1} = 0.346 \text{ MPa} < \sigma_{doz}$$

$$\sigma_4 = \frac{q_1 + G_1 + q_2 + G_2 + q_2 + G_3 + q_2}{A_2} = \frac{(40 + 10.8 \cdot 2 + 35 \cdot 3 + 16.41) \cdot 10^{-3}}{0.38 \cdot 1}$$

$$\sigma_4 = 0.482 \text{ MPa} < \sigma_{doz}$$

$$\begin{aligned} \sigma_5 &= \frac{q_1 + G_1 + q_2 + G_2 + q_2 + G_3 + q_2 + G_4 + q_3}{A_2} = \\ &= \frac{(40 + 10.8 \cdot 2 + 35 \cdot 3 + 16.41 + 18.24 + 25) \cdot 10^{-3}}{0.38 \cdot 1} \end{aligned}$$

$$\sigma_5 = 0.595 \text{ MPa} < \sigma_{doz}$$

$$\begin{aligned} \sigma_6 &= \frac{q_1 + G_1 + q_2 + G_2 + q_2 + G_3 + q_2 + G_4 + q_3 + G_5}{A_3} = \\ &= \frac{(40 + 10.8 \cdot 2 + 35 \cdot 3 + 16.41 + 18.24 + 25 + 24.84) \cdot 10^{-3}}{1.4 \cdot 1} \end{aligned}$$

$$\sigma_6 = 0.179 \text{ MPa} < \sigma_{doz}$$

Според горепресметаните вистински нормални напрегања на притисок во карактеристични пресеци, заклучокот е дека усвоените димензии на сидот и темелот задоволуваат. На сл. б) се конструирани дијаграмите на вистинските нормални напрегања на притисок во карактеристичните пресеци.

задача 3: Алуминиумска прачка со дијаметар 5cm и должина 30cm е подложена на сила на затегнување. Во извесен момент приложената сила е 32 kN, додека измереното издолжување е 0.03cm, а дијаметарот е намален за 0.0015cm. Да се пресметаат двете физички константи E и μ на материјалот.

Решение:

- **попречна дилатација:**

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta D_x}{D} = \frac{-0.0015}{5} = -0.0003 \text{ cm/cm}$$

- **подолжна дилатација:**

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta L}{L} = \frac{0.03}{30} = 0.001 \text{ cm/cm}$$

- **Поасонов коефициент:**

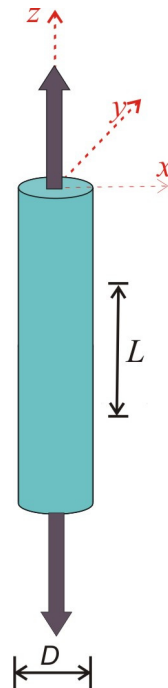
$$\mu = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} = \frac{0.0003}{0.001} = 0.3$$

- **напрегање:**

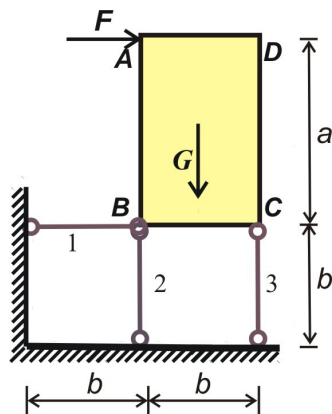
$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{32}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{32}{\frac{\pi \cdot 5^2}{4}} = \frac{32}{19.625} = 1.63 \text{ kN/cm}^2 = 16.3 \text{ MPa}$$

- **модул на еластичност:**

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_z} = \frac{1.63}{0.001} = 1630 \text{ kN/cm}^2 = 16300 \text{ MPa}$$



задача 4: Една крута плоча е потпрена со помош на три стапа и на неа дејствува една хоризонтална сила $F=480\text{kN}$. Трите стапа имаат ист напречен пресек A и ист модул на еластичност E . Да се определат нормалните напрегања во стаповите, како и крајното поместување на точката B ако тежината на плочата е $G=160\text{kN}$.

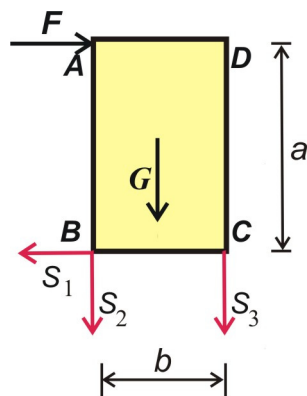


$$\begin{aligned} d &= 10\text{cm} \\ a &= 4\text{m} \\ b &= 2\text{m} \\ E &= 2 \cdot 10^5 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Решение:

- од услови за рамнотежа:

дијаграм на слободно тело:



$$\begin{aligned} \sum Z = 0 & \quad F - S_1 = 0 \\ \sum Y = 0 & \quad -G - S_2 - S_3 = 0 \\ \sum M_B = 0 & \quad F \cdot a + G \cdot \frac{b}{2} + S_3 \cdot b = 0 \\ & \quad 480 \cdot 4 + 160 \cdot 1 + S_3 \cdot 2 = 0 \\ & \quad S_3 = -1040 \text{ kN} \\ & \quad S_2 = -160 + 1040 = 880 \text{ kN} \\ & \quad S_1 = 480 \text{ kN} \end{aligned}$$

- површина: $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 78.6 \text{ cm}^2$

- напрегања и издолжувања:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{S_1}{A} = \frac{480 \cdot 10^{-3}}{78.6 \cdot 10^{-4}} = 61 \text{ MPa}$$

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A} = \frac{0.48 \cdot 2}{2 \cdot 10^{-5} \cdot 0.00786} = 0.00061 \text{ m} = 0.61 \text{ mm}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{S_2}{A} = \frac{880 \cdot 10^{-3}}{78.6 \cdot 10^{-4}} = 112.5 \text{ MPa}$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A} = \frac{0.88 \cdot 2}{2 \cdot 10^{-5} \cdot 0.00786} = 0.00105 \text{ m} = 1.05 \text{ mm}$$

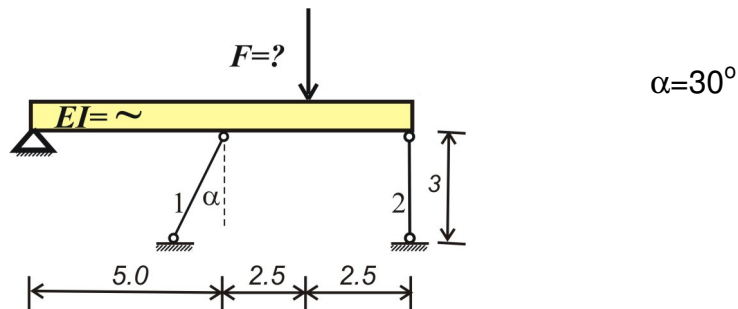
$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A} = -\frac{S_3}{A} = -\frac{1040 \cdot 10^{-3}}{78.6 \cdot 10^{-4}} = -133 \text{ MPa}$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 \cdot l_3}{E \cdot A} = \frac{1.040 \cdot 2}{2 \cdot 10^{-5} \cdot 0.00786} = 0.00123 \text{ m} = 1.23 \text{ mm}$$

- поместување на точката B :

$$\overline{BB_1} = \Delta = \sqrt{\Delta l_1^2 + \Delta l_2^2} = 1.21 \text{ mm}$$

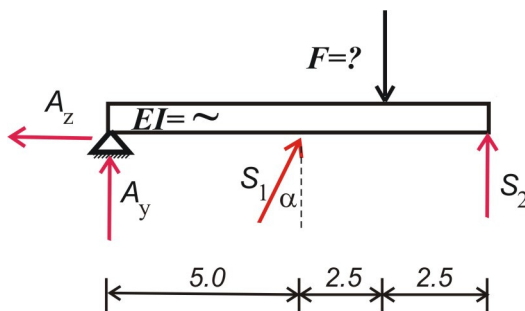
задача 5: Една крута гредка е потпрена во неподвижно лежиште А и со помош на два стапа и на неа дејствува една вертикална сила F . Колкава е максималната сила F која може да ја прими гредата, ако напрегањата во стаповите не ги надминат дозволените напрегања $\sigma_{doz} = 150 \text{ MPa}$. Стаповите се со познат напречен пресек ($A_1 = 8 \text{ cm}^2$ и $A_2 = 12 \text{ cm}^2$) и имаат ист модул на еластичност $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$.



Решение:

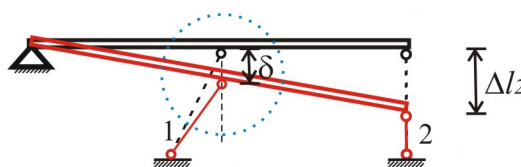
- од услови за рамнотежа:

дијаграм на слободно тело:



$$\begin{aligned} \sum Z = 0; & -A_z + S_1 \cdot \sin \alpha = 0 \\ \sum Y = 0; & A_y + S_1 \cdot \cos \alpha + S_2 - F = 0 \\ \sum M_A = 0; & -S_2 \cdot 10 - S_1 \cdot \cos 30^\circ \cdot 5 + F \cdot 7.5 = 0 \\ & F \cdot 1.5 = S_2 \cdot 2 + S_1 \cdot 0.866 \end{aligned}$$

- од услов за деформации:



детал:

$$\delta = \frac{\Delta l_1}{\cos 30^\circ} = 1.1547 \cdot \Delta l_1$$

$$\frac{\Delta l_2}{10} = \frac{\delta}{5} \Rightarrow \Delta l_2 = 2\delta = 2 \cdot 1.1547 \cdot \Delta l_1 = 2.3094 \cdot \Delta l_1$$

$$\Delta l_1 = \frac{S_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1} = \frac{S_1 \cdot 3.464}{E \cdot 8 \cdot 10^{-4}}; \quad \Delta l_2 = \frac{S_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2} = \frac{S_2 \cdot 3}{E \cdot 12 \cdot 10^{-4}}$$

$$\frac{S_2 \cdot 3}{E \cdot 12 \cdot 10^{-4}} = 2.3094 \cdot \frac{S_1 \cdot 3.464}{E \cdot 8 \cdot 10^{-4}}$$

$$S_2 = 3.992 \cdot S_1$$

$$S_1 = \frac{1.5F}{8.85} = 0.16949F$$

$$S_2 = 0.6766F$$

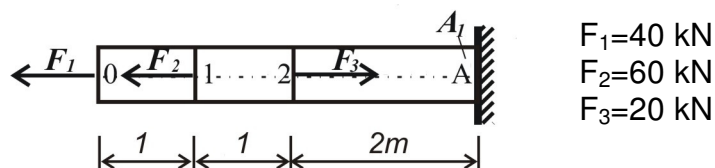
▪ **определување на меродавна сила:**

$$\sigma_1 = \frac{S_1}{A_1} \leq 150 \text{ MPa} \Rightarrow \frac{0.16949F}{8 \cdot 10^{-4}} = 150 \Rightarrow F = 0.708 \text{ MN} = 700 \text{ kN}$$

$$\sigma_2 = \frac{S_2}{A_2} \leq 150 \text{ MPa} \Rightarrow \frac{0.6766F}{12 \cdot 10^{-4}} = 150 \Rightarrow F = 0.266 \text{ MN} = 266 \text{ kN}$$

усвоено: $F = 260 \text{ kN}$

задача 6: Да се определи големината на напрегањето во секој дел на конзолниот стап со константен попречен пресек $A=5\text{cm}^2$. Да се пресмета вкупната деформација на стапот ако модулот на еластичност е $E=2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ (челик).



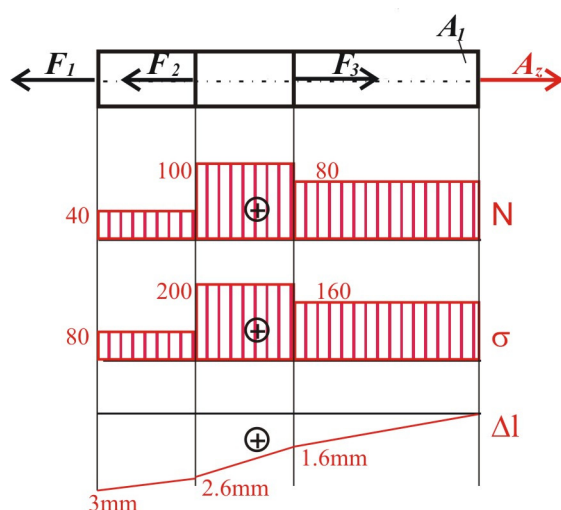
$$F_1=40 \text{ kN}$$

$$F_2=60 \text{ kN}$$

$$F_3=20 \text{ kN}$$

Решение:

- дијаграм на слободно тело:



аксијални сили:

$$N_{0-1} = F_1 = 40 \text{ kN}$$

$$N_{1-2} = F_1 + F_2 = 40 + 60 = 100 \text{ kN}$$

$$N_{2-A} = F_1 + F_2 - F_3 = 40 + 60 - 20 = 80 \text{ kN}$$

напрегања:

$$\sigma_{0-1} = \frac{N_{0-1}}{A_1} = \frac{40 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-4}} = 80 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{1-2} = \frac{N_{1-2}}{A_1} = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-4}} = 200 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{1-A} = \frac{N_{1-A}}{A_1} = \frac{80 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-4}} = 160 \text{ MPa}$$

издолжувања:

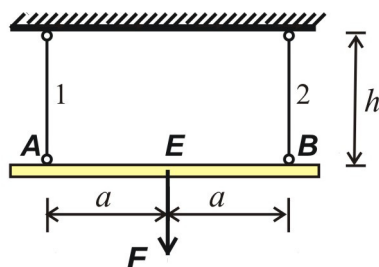
$$\Delta l_1 = \frac{N_{0-1} \cdot l_1}{E \cdot A_1} = \frac{0.040 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 0.0005} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.4 \text{ mm}$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_{1-2} \cdot l_2}{E \cdot A_1} = \frac{0.100 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 0.0005} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1.0 \text{ mm}$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_{2-A} \cdot l_3}{E \cdot A_1} = \frac{0.080 \cdot 2}{2 \cdot 10^5 \cdot 0.0005} = 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1.6 \text{ mm}$$

$$\Delta = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = 0.4 + 1.0 + 1.6 = 3.0 \text{ mm}$$

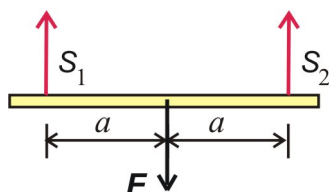
задача 7: Хоризонтална гредка АВ е обесена за два челични стапа со иста должина $h=4\text{m}$. Во средината на гредата, во точка Е, дејствува вертикална сила $F=200\text{ kN}$. Дадени се дијаметрите на двата стапа $d_1=2\text{cm}$ и $d_2=2.5\text{cm}$ и модулот на еластичност $E=2 \cdot 10^5\text{ MPa}$. Да се пресмета вертикалното поместување во точка Е.



Решение:

- дијаграм на слободно тело:

$$\sum Y = 0; S_1 = S_2 = F/2 = 100\text{ kN}$$



$$A_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = 3.14\text{ cm}^2$$

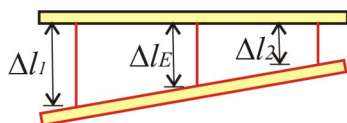
$$A_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = 4.9\text{ cm}^2$$

- напрегања:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{3.14 \cdot 10^{-4}} = 318.5\text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{4.9 \cdot 10^{-4}} = 204.1\text{ MPa}$$

- издолжувања:

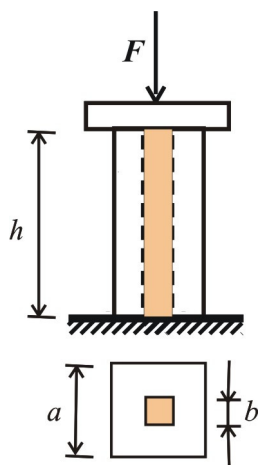


$$\Delta l_1 = \frac{S_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1} = \frac{0.1 \cdot 4}{2 \cdot 10^5 \cdot 3.14 \cdot 10^{-4}} = 0.0064\text{ m}$$

$$\Delta l_2 = \frac{S_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2} = \frac{0.1 \cdot 4}{2 \cdot 10^5 \cdot 4.9 \cdot 10^{-4}} = 0.004\text{ m}$$

$$\Delta = (\Delta l_1 + \Delta l_2) / 2 = (6.4 + 4) / 2 = 5.2\text{ mm}$$

задача 8: Столб од бетон и челик е притиснат со сила $F=250$ kN преку кружна перница. Да се определи напрегањето во бетонот и челикот ако се дадени напрелните пресеци (тежината да се занемари)



$$\begin{aligned} a &= 20 \text{ cm} \\ b &= 2 \text{ cm} \\ F &= 250 \text{ kN} \\ E_b &= 2 \cdot 10^4 \text{ MPa} \\ E_c &= 2 \cdot 10^5 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Решение:

- **услов за рамнотежа:**

$$\sum Y = 0; F_b + F_c = F = 250 \text{ kN} \Rightarrow F_b = F - F_c = 250 - F_c$$

- **услов за деформација:**

$\Delta l_c = \Delta l_b$ - услов за заедничка работа на двата материјали во спрегната конструкција

$$\frac{F_c \cdot h}{E_c \cdot A_c} = \frac{F_b \cdot h}{E_b \cdot A_b}$$

$$\frac{F_c}{E_c \cdot A_c} = \frac{(F - F_c)}{E_b \cdot A_b}$$

$$A_c = b^2 = 4 \text{ cm}^2$$

$$A_b = a^2 - b^2 = 396 \text{ cm}^2$$

$$\frac{F_c}{2 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = \frac{0.25 - F_c}{2 \cdot 10^4 \cdot 396 \cdot 10^{-4}}$$

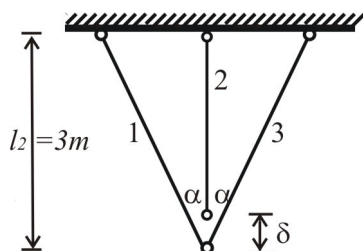
$$F_c = 0.023 \text{ kN}$$

$$F_b = 0.227 \text{ kN}$$

$$\sigma_c = \frac{F_c}{A_c} = -\frac{23 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-4}} = -57.5 \text{ MPa}$$

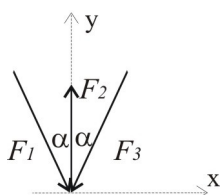
$$\sigma_b = \frac{F_b}{A_b} = -\frac{227 \cdot 10^{-3}}{396 \cdot 10^{-4}} = -5.73 \text{ MPa}$$

задача 9: За дадениот систем средниот стап е изработен покус за $\delta=6\text{mm}$. Да се определат напрегањата во стаповите по присилната монтажа на системот, ако сите три стапа се од ист материјал и со ист напречен пресек, $E=2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $A=3\text{cm}^2$, $\alpha=30^\circ$.



Решение:

- услови за рамнотежа:



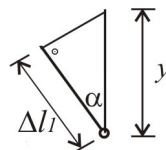
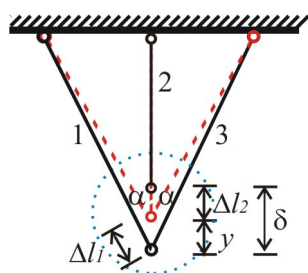
$$\sum X = 0$$

$$F_1 \cdot \sin \alpha - F_3 \cdot \sin \alpha = 0 \Rightarrow F_1 = F_3$$

$$\sum Y = 0$$

$$-2F_1 \cdot \cos \alpha + F_2 = 0 \Rightarrow F_2 = 2F_1 \cdot \cos \alpha = 1.73F_1$$

- услови за деформација:



$$\delta = \Delta l_2 + y = \Delta l_2 + \frac{\Delta l_1}{\cos \alpha}$$

$$\Delta l_1 = \frac{F_1 \cdot l_1}{E \cdot A} \quad \Delta l_2 = \frac{F_2 \cdot l_2}{E \cdot A} \quad l_1 = \frac{l_2}{\cos \alpha}$$

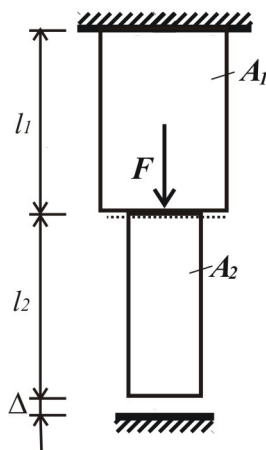
$$0.6 \cdot 10^{-3} = \frac{F_2 \cdot 3}{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-4}} + \frac{F_1 \cdot 3}{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot \cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow F_1 = F_3 = 3.9 \text{ kN}; \quad F_2 = 6.75 \text{ kN}$$

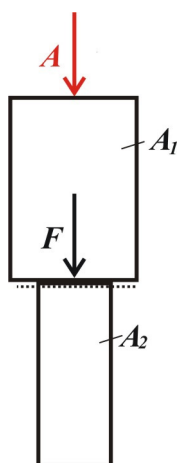
$$\sigma_1 = \sigma_3 = \frac{F_1}{A} = \frac{3.9 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-4}} = 13 \text{ MPa};$$

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{A} = \frac{6.75 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-4}} = 22.5 \text{ MPa}$$

задача 10: Двострано вквештена гредa е изведена со грешка $\Delta=1\text{mm}$. Да се определат напрегањата и издолжувањата во пресеците, ако $F=150\text{kN}$, $E=2 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, $A_1=400\text{cm}^2$, $A_2=200\text{cm}^2$, $\Delta t=40^\circ$, $l_1=1.5\text{m}$, $l_2=1.0\text{m}$, $\alpha_t=1.25 \cdot 10^{-5}$.



Решение:



$$\Delta l_t = \alpha_t \cdot \Delta t \cdot (l_1 + l_2) = 1.25 \text{ mm} > \delta = 1 \text{ mm}$$

носачот е статички неопределен, бидејќи и само издолжувањето од температура е поголемо од грешката во изведување, па се јавува реакција во точката В.

▪ **услов за рамнотежа:**

$$\sum Y = 0 - A - F + B = 0 \Rightarrow A = B - F$$

▪ **услов за деформација:**

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_t = \delta$$

$$B \cdot \frac{l_2}{E \cdot A_2} + \frac{(-B + F) \cdot l_1}{E \cdot A_1} + \alpha_t \cdot \Delta t \cdot (l_1 + l_2) = \delta$$

$$-\frac{B \cdot 1}{2 \cdot 10^4 \cdot 0.02} + \frac{(-B + 0.15) \cdot 1.5}{2 \cdot 10^4 \cdot 0.04} + 1.25 \cdot 10^{-5} \cdot 40 \cdot 2.5 = 0.001$$

$$B = 0.121 \text{ MN} = 121 \text{ kN}$$

$$A = 121 - 150 = -29 \text{ kN}$$

$$\sigma_1 = \frac{A}{A_1} = \frac{29 \cdot 10^{-3}}{0.04} = +0.725 \text{ MPa};$$

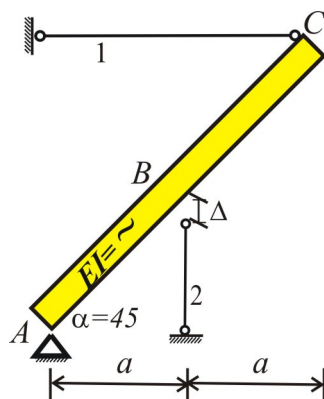
$$\sigma_2 = -\frac{B}{A_2} = -\frac{121 \cdot 10^{-3}}{0.02} = -6.05 \text{ MPa}$$

$$\Delta l_{B-C} = -\frac{B \cdot l_2}{E \cdot A_2} + \alpha_t \cdot \Delta t \cdot l_2 = -\frac{0.121 \cdot 1}{2 \cdot 10^4 \cdot 0.02} + 1.25 \cdot 10^{-5} \cdot 40 \cdot 1 = 0.1975 \text{ mm}$$

$$\Delta l_{C-A} = \frac{(F - B) \cdot l_1}{E \cdot A_1} + \alpha_t \cdot \Delta t \cdot l_1 = \frac{0.029 \cdot 1.5}{2 \cdot 10^4 \cdot 0.04} + 1.25 \cdot 10^{-5} \cdot 40 \cdot 1.5 = 0.8025 \text{ mm}$$

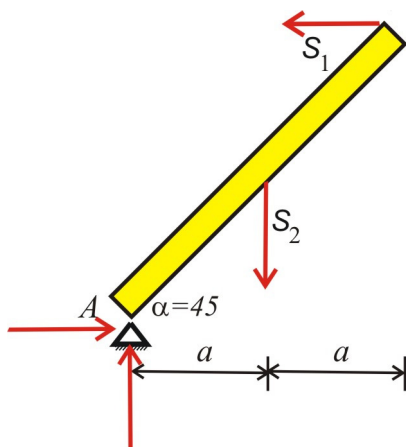
$$\Delta l_{B-C} + \Delta l_{C-A} = 0.1975 + 0.8025 = 1 \text{ mm}$$

задача 11: Абсолютно крутата греди ABC е врзана со два стапа од челик и потпрена на едно неподвижно лежиште A. Едниот стап е изведен со грешка $\Delta=2\text{mm}$. Да се определат силите во стаповите по изведената монтажа. $E=2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $A_1=A_2=10\text{cm}^2$, $a=2\text{m}$.



Решение:

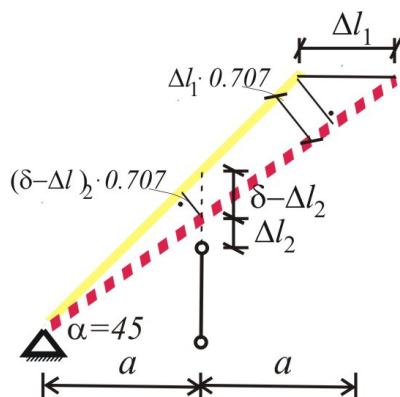
■ **дијаграм на слободно тело:**



■ **услов за рамнотежа:**

$$\begin{aligned}\sum M_A &= 0; \\ S_2 \cdot a - S_1 \cdot 2a &= 0 \\ \Rightarrow S_2 &= 2S_1\end{aligned}$$

■ **од услов за деформации:**



$$(\Delta l_1 \cdot 0.707) : 2a = [(\delta - \Delta l_2) \cdot 0.707] : a$$

$$0.707 \cdot \Delta l_1 = 2 \cdot 0.707 (\delta - \Delta l_2)$$

$$\Delta l_1 = \frac{S_1 \cdot l_1}{E \cdot A} = \frac{4 \cdot S_1}{E \cdot A}$$

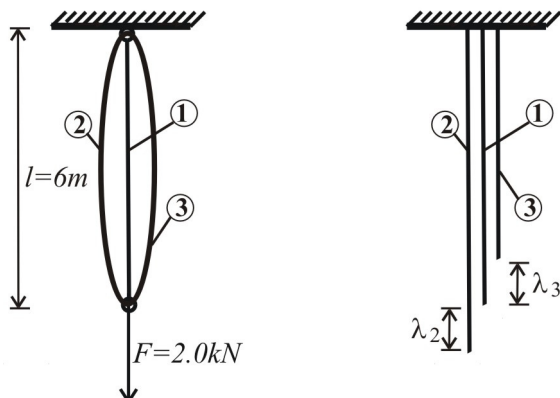
$$\Delta l_2 = \frac{S_2 \cdot l_2}{E \cdot A} = \frac{2 \cdot S_2}{E \cdot A}$$

$$0.707 \cdot \frac{4 \cdot S_1}{E \cdot A} = 2 \cdot 0.707 \left(\delta - \frac{2 \cdot (2S_1)}{E \cdot A} \right)$$

$$S_1 = 0.0665 \text{ MN} = 66.5 \text{ kN}$$

$$S_2 = 2S_1 = 0.133 \text{ MN} = 133 \text{ kN}$$

задача 12: Силата $F=2.0\text{kN}$ ги оптоварува трите челични стапа со должина $l=6.0\text{m}$ и кружен напречен пресек со дијаметар $d=3.0\text{mm}$. При изработката двата стапа се направени со грешка: вториот е подолг за $\lambda_2=4.0\text{mm}$, а третиот е покус за $\lambda_3=6.0\text{mm}$. Да се пресметаат напрегањата во стаповите, земајќи го во предвид влијанието на надворешната сила и конструктивните грешки. $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$.



Решение:

Потребно е да се определат силите во стаповите така да трите стапа ќе се спојат во една точка, земајќи го во предвид и влијанието на силата F .

а) од услов за рамнотежа

$$\sum Y = 0 \quad N_1 + N_2 + N_3 = F = 2 \cdot 10^{-3} \text{ MN} \quad (1)$$

б) од условите за деформации

ако се претпостави дека сите стапови се изложени на затегнување, тогаш

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 + \lambda_2 \quad (2)$$

$$\Delta l_1 = \Delta l_3 - \lambda_3 \quad (3) \quad \Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$$

$$\frac{N_1 \cdot l}{E \cdot A} = \frac{N_2 \cdot l}{E \cdot A} + 0.004$$

$$\frac{N_1 \cdot l}{E \cdot A} = \frac{N_3 \cdot l}{E \cdot A} - 0.006$$

$$N_1 = N_2 + 0.004 \frac{E \cdot A}{l}$$

$$N_1 = N_3 - 0.006 \frac{E \cdot A}{l}$$

$$N_2 = N_1 - 9.42477 \cdot 10^{-4}$$

$$N_3 = N_1 + 1.41371 \cdot 10^{-3}$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{0.003^2 \pi}{4} = 7.06858 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\frac{E \cdot A}{l} = 0.2356193 \text{ MN / m}$$

$$N_1 = 0.509587 \cdot 10^{-3} \text{ MN} = 0.509587 \text{ kN}$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = 72.092 \text{ MPa}$$

$$N_2 = -0.43289 \text{ kN}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = -61.24 \text{ MPa}$$

$$N_3 = 1.923294 \text{ kN}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A} = 272.09 \text{ MPa}$$